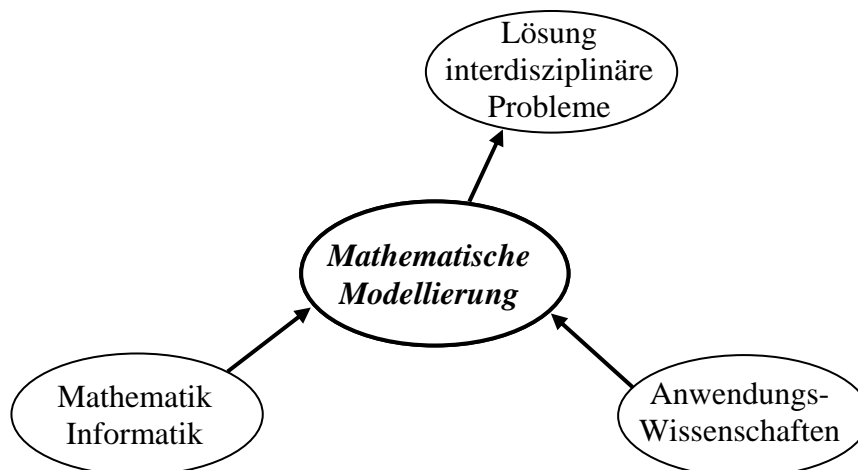


# 1. Zur Bedeutung der mathematischen Modellierung

Die Bedeutung der mathematischen Modellierung wächst mit hoher Geschwindigkeit. Die Gründe dafür sollen kurz dargelegt werden. Vieles von dem, was hier gesagt ist, weiß ohnehin jeder Interessierte, anderes ist die persönliche Meinung des Autors, der sich nicht zurückhalten konnte, sie aufzuschreiben.

## 1.1 Die Rolle der mathematischen Modellierung in der heutigen Wissenschaft

Die mathematische Modellierung ist ein wichtiges Bindeglied zwischen den häufig interdisziplinären realen Problemen und den Anwendungswissenschaften (Biologie, Physik, Sozialwissenschaften u.a.) und den Methoden der Mathematik/Informatik. Sie bereitet mathematische Methoden für die Anwendung auf. Diese Funktion als Mittler zwischen Mathematik und Anwendung macht sie unentbehrlich und interessant.



Mathematische Modelle sind integraler Teil der Forschungsarbeit auf vielen Gebieten, nicht nur, aber insbesondere wenn die Fragestellungen fachübergreifend sind. Trotzdem kann die „Mathematische Modellierung“ als eine selbständige Wissenschaft angesehen werden, weil die Modellierungsmethoden *Universalität* besitzen, aber auch weil Modellbausteine und Erfahrungen mit Modellen übertragbar sind:

- Die Modellbausteine sind wiederverwendbar,
- Modelle sind zwischen Wissensgebieten übertragbar,
- die Verhaltenstypen von Systemen lassen sich universell klassifizieren.

Mathematische Modelle zeigen ihre Stärke in zwei Richtungen. Zum einen können *komplexe Systeme* behandelt werden, die ohne sie der wissenschaftlichen Bearbeitung kaum zugänglich wären, zum anderen spielen sie eine große Rolle bei der *Theoriebildung* in den Anwendungswissenschaften. Dazu werden einige schlagwortartige Thesen zur Anregung von Diskussionen aufgestellt:

### Bei komplexen Systemen:

- Die drängenden Probleme unserer Welt werden immer *komplexer* (Klimaänderungen und „Global Change“, Planung von Projekten mit Umweltrisiken, Epidemien, Rentensicherheit, ...).
- Man *kann* auch immer komplexere Probleme behandeln, da die Basiswissenschaften fortschreiten, die Computer schneller werden und die Methoden, komplexe Probleme anzugehen, sich entwickeln.
- *Die wichtigste Methode, komplexe Probleme zu untersuchen, ist die mathematische Modellierung.*
- Die drängenden Probleme sind fast immer *interdisziplinär*. Mathematische Modelle sind *integrativ*, indem sie das Wissen aus verschiedenen Gebieten, Daten aus unterschiedlichen Quellen, wissenschaftliche Methoden aus unterschiedlichen Fächern (Naturwissenschaften, Ökonomie und Soziologie) verbinden können.

### Für die Theoriebildung:

- (Natur-)Wissenschaft *ist* Modellierung (Aufstellen und Falsifizieren von Modellen).
- *Vereinfachung* ermöglicht erst Verständnis !

Vereinfachung ist eine Tugend der Modelle, kein Nachteil !!!

- Einfache Modelle sind wichtige Schritte auf dem Weg zur Theoriebildung.
- Es gibt einen fließenden Übergang von „nichtmathematischen“ zu „mathematischen“ Modellen.

### ***1.2 Vereinfachung und Abstraktion, unterschiedliche Komplexität von Modellen***

Wie schon in den Thesen behauptet wird, ermöglicht die *Vereinfachung* erst das Verständnis komplexer Zusammenhänge, indem sie die Konzentration auf das Wesentliche erlaubt. Die *Abstraktion* ist zusätzlich erforderlich, um von der speziellen Situation auf allgemeinere schließen zu können. Man muss dann nicht jedes Mal das Rad neu erfinden.

Durch seine Modellierung wird ein Problem bzw. ein System vereinfacht und abstrahiert. Dieser Prozess erfordert Verständnis, aber er vermehrt auch das Verständnis. Es geht darum, das „Wesentliche“ aus der Fülle der Details herauszudestillieren. Dabei erfolgt die Unterscheidung von Wichtig und Unwichtig bezüglich einer gewissen *Fragestellung*, für andere Ziele und bei zunehmendem Verständnis kann man beim gleichen System zu anderen Einschätzungen gelangen. Modelle sind nicht nur Modelle *von* einem System, sondern immer auch Modelle *für* einen Zweck. Von der Fragestellung hängt die „richtige“ Art der Vereinfachung ab, die erst zu konzeptionellen und dann zu mathematischen Modellen führt.

Modelle können sehr unterschiedlich komplex sein, sowohl was den *Grad* als auch den *Typ* ihrer Komplexität angeht. Es wird ein weites Spektrum von sehr einfachen bis zu äußerst komplexen mathematischen Modellen verwendet. Alle haben ihre Vor- und Nachteile, ihre speziellen Einsatzmöglichkeiten und Ziele. Einfache Modelle haben eine hohe Generalität (Bakterien wachsen exponentiell, aber auch Kapital durch Zinsen), große Modelle sind dagegen sehr speziell. Der Typ der Komplexität ist von ganz unterschiedlicher Natur, je nachdem, ob sie durch hohe räumliche und zeitliche *Auflösung* entsteht oder durch eine hohe Zahl von unterschiedlichen *Variablen* und modellierten *Prozessen*. Der erste Typ von Komplexität tritt

überwiegend bei physikalischen Modellen, auf, der zweite Typ bei biologischen Modellen. Die Erhöhung der räumlichen und zeitlichen Auflösung erlaubt die Modellierung von immer neuen Phänomenen. Zum Beispiel ermöglicht bei der Ozeanmodellierung eine zunehmende Auflösung die Modellierung nicht nur von gemittelten Strömungen, sondern von Wirbeln und Mäandrierung (des Golfstroms), von thermischen und salinen Fronten, von den „Salzfingern“ bei der Entstehung des Tiefenwassers usw. Die Erhöhung der Variablenzahl erlaubt die Beantwortung völlig neuer Fragestellungen durch Modelle. Zum Beispiel kann man mit einem Ökosystemmodell mit wenigen Variablen nur untersuchen, wie sich die Biomasse bei Eutrophierung ändert. Hat das Modell dagegen viele Variable, lassen sich auch Aussagen über die Verschiebung des Artenspektrums machen.

Es gibt unter den Modellierern durchaus unterschiedliche Ansichten, ob komplexe Modelle über ihre praktische Bedeutung hinaus überhaupt einen wissenschaftlichen Wert haben. Die Diskussion darüber ist durchaus interessant, deshalb werden im folgenden die wichtigsten Statements über einfache und komplexe Modelle zusammengetragen:

#### Einfache Modelle:

- Einfache Modelle haben wenige Variable und beschreiben wenige Prozesse. Ihr Ziel ist das grundsätzliche Verständnis von Zusammenhängen und Schritte auf dem Weg der Theoriebildung. Man nennt sie „strategische Modelle“ oder „konzeptionelle“ Modelle.
- Sie sind schnell aufzustellen und kosten wenig Zeit am Rechner, sie können schnell modifiziert werden. Man kann sich eine Übersicht über alle Lösungen verschaffen.
- Für andere Wissenschaftler sind sie leicht überprüfbar und nachvollziehbar.
- Die Wirklichkeit wird nur in großen Zügen und abstrakt wiedergegeben. Daten und Beobachtungen werden in der Regel nicht im Einzelnen reproduziert.

#### Komplexe Modelle:

- Ihre Ziele sind möglichst genaue Reproduktionen von umfangreichen Beobachtungsdaten und detaillierte Vorhersagen. Musterbeispiele sind Wetter- und Klimamodelle, Modelle zur Ozeanzirkulation, globale gekoppelte Vegetations-Klima-Modelle.
- Sehr große Modelle benötigen viel Rechnerzeit, in manchen Fällen rechnen sie die Simulation kaum schneller als die Wirklichkeit abläuft. Es sind nur wenige Simulationsläufe durchführbar. Ein größerer, schnellerer Rechner hilft nicht, da die Modelle an den Rechner angepasst sind und werden. Sie wachsen automatisch mit dem Rechner und sind deshalb immer so groß, dass der Rechner gerade noch ausreicht.
- Nur eine kleine Gruppe von Forschern versteht das Modell, oft gibt es keine Einzelperson, die das gesamte Modell übersieht. Fehlersuche ist sehr schwer und erfolgt nur durch Spezialisten für die Modellteile. Es war sehr teuer, das Modell zu erzeugen und deshalb kann es nicht weggeworfen werden, selbst wenn es nichts taugt. Stattdessen werden solche Modelle immer weiterentwickelt, neue Teile werden hinzugebaut und andere ersetzt. Ihre Struktur ist deshalb selten homogen, oft chaotisch, sie enthalten manchmal sehr alte Teile, deren Erzeuger längst nicht mehr im Dienst sind.
- Viel Zeit wird aufgewandt, um die Ergebnisse in eindrucksvoller Form und auf großen internationalen Konferenzen oder im Fernsehen darzustellen. Der Geldgeber erwartet, dass der Gegenwert sichtbar wird.

Trotz dieser kritischen Anmerkungen sind die bestehenden Wetter-, Klima- und Ozeanmodelle und ihre Kopplungen bewundernswerte Schöpfungen der beteiligten Wissenschaftler, sie sind für ihren Zweck durch nichts zu ersetzen. Aber für andere Zwecke, in denen viele Läufe

mit modifizierten Parameterwerten und Prozessbeschreibungen nötig sind, eignen sie sich nicht. Deshalb sind heute mittelkomplexe Modelle der große Hit, „models of intermediate complexity“. Sie sollen das Positive an einfachen und sehr komplexen Modellen vereinen ohne deren Schwächen zu haben. Sie haben eine reduzierte Auflösung und behandeln Prozesse und Variable teilweise summarisch. Dadurch sind sie (wenn auch mit Mühe) für interessierte Wissenschaftler, die nicht an der Modellkonstruktion teilgenommen haben, durchschaubar. Die Realität wird zwar nur bedingt reproduziert, aber für die zu treffenden Aussagen gut genug. Wichtig ist, dass viele Simulationsläufe möglich sind, um unterschiedliche Szenarien zu testen, und dass sie dafür leicht abänderbar sind.

Definitiv falsch ist ein oft geäußelter Vorwurf, dass Modelle mit sehr vielen Parametern nicht falsifizierbar und somit keine „Wissenschaft“ seien. Er wird gern von Theoretikern erhoben, die kleine Modelle bevorzugen und eher physikalisch (nicht biologisch) denken. Sie behaupten, durch „Drehen“ an den vielen Parametern kann man jedes gewünschte Simulationsergebnis produzieren. Das soll man nur mal probieren! Es zeigt sich schnell, dass das nicht der Fall ist. Der Grund dafür liegt in den internen Freiheitsgraden großer Modelle mit vielen Prozessen und Variablen. „Dreht“ man an einem Parameter, so verschieben sich zwar z.B. die verzweigten Stoffflüsse von einem Zweig auf einen anderen, aber im Großen ändert sich wenig. Es wirkt eine Art Le Chatelier-Prinzip – das Modellsystem weicht durch innere Reorganisation dem äußeren Druck aus wie es das reale System tut. „Drehen“ an Modellparametern sind auch solche Zwänge, die teilweise wegkompensiert werden. Ist man mit den Simulationsergebnissen eines großen Modells unzufrieden, dann hilft Kalibrierung der Parameter meistens nichts. Vielmehr ist ein Eingriff in die Modellstruktur erforderlich.

Komplexe Modelle können selbst zu Forschungsobjekten werden, fast ebenso, wie das Stück Wirklichkeit, dass sie nachbilden wollen. Eine spezielle Richtung dieser Forschung ist die „Modellreduktion“. Man sucht dabei nach viel einfacheren Modellen, die wesentliche Verhaltensweisen der komplexen Modelle simulieren. Ein modernes Vorgehen ist dabei die Einführung von „effektiven“ Variablen, die „qualitative“ Eigenschaften beschreiben. Zum Beispiel ist „Fressbarkeit“ von Algen keine leicht zu quantifizierende Eigenschaft. Qualitativ ist aber klar, dass ein hoher Fraßdruck durch Daphnien und andere Prädatoren das Algenspektrum im Hochsommer zu schlechter fressbaren Algenarten verschiebt. Wie modelliert man eine solche Eigenschaft? Der traditionelle Ansatz bestünde darin, dass man die Abundanzen von 100 Algenarten als 100 Variable einführt.

### ***1.3 Wozu dient die mathematische Modellierung im Studium?***

Zu dieser Vorrede gehören auch noch einige Argumente, weshalb die „Mathematische Modellierung“ ein wichtiger Teil des Curriculum sein sollte:

- Einfache Modelle ermöglichen das Verständnis wichtiger Zusammenhänge.
- Das Aufstellen von mathematischen Modellen schult die Fähigkeit zur Abstraktion („wichtig“ von „unwichtig“ unterscheiden, das „Wesentliche“ erkennen).
- Modellierung mit dem Computer ist eine wichtige Technik in allen Forschungsgebieten:
  - Analyse komplexer Experimente
  - Planung von Experimenten
  - Datenhaltung (on-line Vergleich von Simulation und Experiment)
  - Aus- und Aufwerten von Daten (Sinn aus Messwerten herausholen)
  - Theoriebildung
  - Testen von Hypothesen u.a.

- Modelle sind „problemorientiert“ und damit fast von selbst interdisziplinär, da die Probleme interdisziplinär sind. Sie sind nicht „fachorientiert“, wie die meisten Lehrveranstaltungen und Lehrbücher. Im Studium der Umweltwissenschaften sind mathematische Modelle deshalb ein wichtiges Mittel, um die einzelnen Fachgebiete zu verklammern.  
(Zum Beispiel hat das *Problem* „Kläranlage“ biologische, chemische, physikalische, ökonomische und juristische Aspekte. Ein *Modell* "Kläranlage" wird den gleichen fachübergreifenden Charakter haben.)
- Einfache Modelle und Modellbausteine lassen sich oft auf sehr unterschiedliche Probleme in verschiedenen Fächern übertragen. Verhaltensmuster von Systemen lassen sich klassifizieren und bei unterschiedlichen Systemen wiederfinden (Universalität).
- Um mit Modellierern kommunizieren und *kooperieren* zu können, muss man wenigstens einige Grundlagen der mathematischen Modellierung kennen lernen. Das heißt nicht, dass ein eindeutiger Grenzstrich zwischen Modellierern und Nicht-Modellierern zu ziehen ist. Beide arbeiten möglicherweise am gleichen Problem, aber mit unterschiedlichen Methoden und unterschiedlicher Spezialisierung, sie sind aufeinander angewiesen.
- Immer mehr politische und ökonomische Entscheidungen werden auf der Basis von Modellrechnungen getroffen. Dazu werden Modelle zu immer größeren Verbundmodellen gekoppelt („Modell-Aggregation“). Die großen Modelle, ihre Aussagen und Grenzen, Interpretationen ihrer Ergebnisse kann man nur verstehen, wenn man wenigstens mit kleinen Modellen selbst gearbeitet hat.
- Anträge zur Finanzierung von Forschungsprojekten werden kaum noch bewilligt, wenn sie nicht mit Modellierungsansätzen versehen sind. Es ist nicht mehr möglich (und soll aus Sicht der Geldgeber nicht mehr möglich sein), diese modernen Techniken auszuklammern.

#### 1.4 Beispiel für ein großes Verbundmodell

Im Januar 2001 trafen sich 150 Modellierer am AWI in Bremerhaven, um über die Schaffung des „Gemeinschaftsmodell der Deutschen Klimaforschung“ zu beraten. Es soll die bestehenden Supermodelle in Deutschland zur Ozeanographie, zur Atmosphärenphysik, zur Wechselwirkung zwischen Klima und Vegetation und zu biogeochemischen Kreisläufen miteinander koppeln. Das gekoppelte Modell soll am Deutschen Klimarechenzentrum (DKRZ) in Hamburg auf einem neuen Supercomputer laufen. Es soll möglichst eine „Zoom-Funktion“ besitzen, mit der man aus den globalen Entwicklungen die regionalen ableitet. Viele deutsche Institute werden beteiligt sein. Als Ziele gelten verbesserte Vorhersagen der Klimaentwicklung, des Wetters und der Vegetationsentwicklung. Das ist eine Aufgabe für 1-2 Jahrzehnte und Hunderte von Wissenschaftlern.

