

Aufgaben 25.5.2016

Aufgabe 1 *Brüsselator*

Ein vereinfachtes Differentialgleichungssystem, welches die Belousov-Zhabotinski Reaktion beschreibt, ist gegeben durch

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= A + X^2Y - BX - X \\ \frac{dY}{dt} &= BX - X^2Y,\end{aligned}$$

wobei A und B konstante Parameter sind.

- Wie lautet der stationäre Zustand?
- Simuliere das System numerisch für $A = 1$ und verschiedene Werte von B zwischen $B = 1.5$ und $B = 3$ und stelle die Ergebnisse als Phasendiagramm dar (die beiden Variablen gegeneinander aufgetragen). Beschreibe die Beobachtungen.

Aufgabe 2 *Das Räuber-Beute Modell von Lotka und Volterra*

Lotka (1920) und Volterra (1926) haben unabhängig voneinander ein Gleichungssystem aufgestellt, um regelmäßige Schwankungen in Tierpopulationen zu verstehen. Das Gleichungssystem lautet

$$\begin{aligned}\dot{x} &= r_1x - C_1xy \\ \dot{y} &= C_2xy - r_2y.\end{aligned}$$

Hierbei beschreibt die Variable x die Dynamik der Beute, y die der Räuber. Der Parameter r_1 beschreibt die Wachstumsrate der Beute in Abwesenheit von Räubern, r_2 beschreibt die Sterberate der Räuber in Abwesenheit von Beute. Die Parameter C_1 und C_2 sind Kopplungsparameter, die beschreiben, wieviel Beute gejagt werden muss, um einen neuen Räuber zu erzeugen.

- Wie lautet der stationäre Zustand?
- Simuliere das System numerisch und spiele dabei mit verschiedenen Anfangswerten und Parameterkombinationen. Fasse die Analysen zusammen und vergleiche das Systemverhalten mit dem des Brüsselators.