

Aufgaben 24.5.2017

Wiederholungsübungen Matrizen und lineare Differentialgleichungssysteme

Aufgabe 1 *Eigenwerte und Eigenvektoren*

Berechne die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren der folgenden Matrizen:

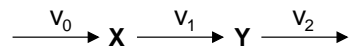
a) $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2 *Ein einfaches chemisches Reaktionssystem*



Wir betrachten das chemische Reaktionssystem aus der Vorlesung (siehe Abbildung). Es sei

$$\begin{aligned} v_0 &= \text{const.} \\ v_1 &= k^+ X - k^- Y \\ v_2 &= \mu Y. \end{aligned}$$

- Stelle das Differentialgleichungssystem in "gewöhnlicher" und in Matrixschreibweise auf.
- Wie lautet der stationäre Zustand?
- Transformiere die Variablen so, dass der stationäre Zustand im Nullpunkt liegt und formuliere das (homogene) Differentialgleichungssystem in der Form $\dot{\vec{y}} = \mathbf{A}\vec{y}$.
- Berechne Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix \mathbf{A} für den irreversiblen Fall ($k^- = 0$).
- Wie lautet dann die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems?
- Wie lautet damit die spezielle Lösung des ursprünglichen Systems für die Anfangsbedingungen $X(0) = Y(0) = 0$?
- Vergleiche die analytische Lösung mit der numerischen Lösung in Python.