

Sektion 1 - Multiple Choice – genau eine Antwort (Jeweils 1 Punkt)

Aufgabe 1

Gegeben sei die Differentialgleichung $\dot{x} = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$. Wieviele stabile stationäre Zustände gibt es?

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3

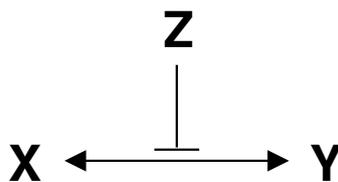
Aufgabe 2

Gegeben sei die Differentialgleichung $\dot{x} = (x^2 + 1)$. Wieviele stationäre Zustände gibt es?

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3

Aufgabe 3

Ein Enzym wandelt reversibel einen Stoff X in einen anderen Stoff Y um. Der Stoff Z inhibiert das Enzym, wird aber bei der chemischen Reaktion nicht verändert.



Welcher der folgenden Ausdrücke stellt eine sinnvolle Ratengleichung dar? (k^+ , k^- und K_I sind Konstanten!)

- a) $k^+X - k^-Y - K_I Z$
- b) $\frac{k^+X - k^-Y}{K_I - Z}$
- c) $\frac{k^+X - k^-Y}{1 + Z/K_I}$
- d) $(k^+X - k^-Y) \frac{Z}{K_I + Z}$

Sektion 2 - Multiple Choice – möglicherweise mehrere richtige Antworten
(Jeweils 2 Punkte. 1 Punkt für eine richtige (und keine falsche) Antwort, 2 Punkte für alle richtigen Antworten)

Aufgabe 4

Für ein System ergab die Auswertung der Jacobi-Matrix am stationären Punkt

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Welche Aussagen treffen zu?

- a) Der stationäre Zustand ist stabil
- b) Der stationäre Zustand ist instabil
- c) Der stationäre Zustand ist ein Knoten
- d) Der stationäre Zustand ist ein Fokus
- e) Der stationäre Zustand ist ein Sattel

Aufgabe 5

Für ein System ergab sich folgendes charakteristische Polynom am stationären Punkt:
 $\lambda^2 + 3\lambda + 4$. Welche Aussagen treffen zu?

- a) Der stationäre Zustand ist stabil
- b) Der stationäre Zustand ist instabil
- c) Der stationäre Zustand ist ein Knoten
- d) Der stationäre Zustand ist ein Fokus
- e) Der stationäre Zustand ist ein Sattel

Aufgabe 6

Es sei ein System mit einem Systemparameter α gegeben, für welches am stationären Punkt das charakteristische Polynom lautet: $\lambda^2 + 2\alpha\lambda + 1$. Welche Aussagen treffen zu?

- a) Für $\alpha > 0$ ist der stationäre Zustand stabil
- b) Für $\alpha < 0$ ist der stationäre Zustand ein Sattel
- c) Für $\alpha > 1$ ist der stationäre Zustand ein Knoten
- d) Für $-1 < \alpha < 1$ ist der stationäre Zustand ein Fokus
- e) Für $\alpha > 2$ ist der stationäre Zustand instabil

Sektion 3 - Aufgaben sind auf einem gesonderten Blatt zu beantworten

Aufgabe 7 (4 Punkte)

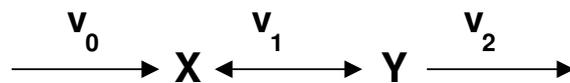
Ein System sei durch folgendes Differentialgleichungssystem beschrieben:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \alpha(x - y) \\ \dot{y} &= x^2 - x - y\end{aligned}$$

Hierbei ist α ein positiver Systemparameter.

- Skizzieren Sie die Nullklinen
- Berechnen Sie die stationären Punkte
- Berechnen Sie die Jacobi-Matrix an den stationären Punkten
- Ermitteln Sie das Stabilitätsverhalten der stationären Punkte (stabil/instabil, Fokus/Knoten, Sattel?)

Aufgabe 8 (3 + 2 Punkte)



Für ein einfaches Reaktionssystem (siehe Abbildung) gelten die Ratengleichungen

$$\begin{aligned}v_0 &= \text{konstant} \\ v_1 &= k_1 \cdot \left(X - \frac{Y}{K_{\text{eq}}}\right) \\ v_2 &= \frac{V_{\text{max}} \cdot Y}{K_M + Y}\end{aligned}$$

(K_{eq} ist die Gleichgewichtskonstante der reversiblen Reaktion v_2)

- Stellen Sie das Differentialgleichungssystem auf
- Berechnen Sie den stationären Zustand (Hinweis: addieren Sie zunächst die beiden Gleichungen)
- Für welche Parameterwerte gibt es einen stationären Zustand mit positiven Werten für X und Y ?
- (★) Skizzieren Sie die Nullklinen
- (★) Was passiert für große Werte von k_1 mit dem Verhältnis der Konzentrationen für X und Y ? Wie interpretieren Sie dies?

Viel Erfolg!